

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

1.1. Formalizar en el lenguaje de primer orden proporcionado los siguientes enunciados: (1,5 puntos)

El gato es el único animal que tiene siete vidas.

$(G(x) \equiv x \text{ es un gato}, A(x) \equiv x \text{ es un animal}, T(x) \equiv x \text{ tiene 7 vidas})$

$\forall x (A(x) \wedge T(x) \rightarrow G(x))$ [equivalente a $\neg \exists x (A(x) \wedge T(x) \wedge \neg G(x))$]

Sólo algunos seres humanos son progenitores

$(H(x) \equiv x \text{ es un ser humano}, P(x,y) \equiv x \text{ es progenitor de } y)$

$\neg \forall x (H(x) \rightarrow \exists y P(x,y))$ [equivalente a $\exists x (H(x) \wedge \neg \exists y P(x,y))$]

Todos los seres humanos tienen dos progenitores

$(H(x) \equiv x \text{ es un ser humano}, P(x,y) \equiv x \text{ es progenitor de } y)$

$\forall x (H(x) \rightarrow \exists y \exists z (P(y,x) \wedge P(z,x)))$

1.2. Para los siguientes pares de fórmulas atómicas, encontrar, si existe, el unificador de máxima generalidad (umg). Detallar el proceso de obtención del umg en la tabla siguiente, empleando una fila para cada paso que se dé en el proceso de búsqueda del unificador. (Nota: x, y, z, t son símbolos de variable, y a es símbolo de constante) (1 punto)

Ligadura	Sustitución	Fórmulas resultantes de aplicar la sustitución	
	$\{ \}$	$P(h(t), f(h(y), a), t)$	$P(x, f(x, z), g(z))$
$x/h(t)$	$\{x/h(t)\}$	$P(h(t), f(h(y), a), t)$	$P(h(t), f(h(t), z), g(z))$
y/t	$\{x/h(t), y/t\}$	$P(h(t), f(h(t), a), t)$	$P(h(t), f(h(t), z), g(z))$
z/a	$\{x/h(t), y/t, z/a\}$	$P(h(t), f(h(t), a), t)$	$P(h(t), f(h(t), a), g(a))$
$t/g(a)$	$\{x/h(g(a)), y/g(a), z/a\}$	$P(h(g(a)), f(h(g(a)), a), g(a))$	$P(h(g(a)), f(h(g(a)), a), g(a))$

UMG: $\{x/h(g(a)), y/g(a), z/a\}$

Ligadura	Sustitución	Fórmulas resultantes de aplicar la sustitución	
	$\{ \}$	$P(f(f(y), x), y)$	$P(f(x, z), a)$
$x/f(y)$	$\{x/f(y)\}$	$P(f(f(y), f(y)), y)$	$P(f(f(y), z), a)$
$z/f(y)$	$\{x/f(y), z/f(y)\}$	$P(f(f(y), f(y)), y)$	$P(f(f(y), f(y)), a)$
y/a	$\{x/f(a), z/f(a), y/a\}$	$P(f(f(a), f(a)), a)$	$P(f(f(a), f(a)), a)$

UMG: $\{x/f(a), z/f(a), y/a\}$

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

2. Demostrar con análisis semántico: $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \not\models \exists xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)$ (2,5 puntos)

A B

- Buscamos interpretación i tal que $i(A) = V$ y $i(B) = F$

- Probamos con dominio $D = \{1,2\}$

$L = \{ P, Q \text{ predicados unarios} \}$

$L(D) = \text{lenguaje ampliado} = \{ P, Q \} \cup \{ a, b \text{ constantes} \}$ con $i(a) = 1$, $i(b) = 2$

- $i(A) = i(\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))) = V$

$$\begin{array}{ll} x=a & P(a) \rightarrow Q(a) = V \\ & \quad \quad \quad y \\ x=b & P(b) \rightarrow Q(b) = V \end{array} \quad \begin{array}{l} P(a) = F \text{ ó } Q(a) = V \\ y \\ P(b) = F \text{ ó } Q(b) = V \end{array} \quad (1)$$

- $i(B) = i(\exists xP(x) \rightarrow \forall xQ(x)) = F$

$$\begin{array}{ll} i(\exists xP(x)) = V & x=a \quad P(a) = V \\ & \quad \quad \quad \text{ó} \\ & \quad \quad \quad y \\ & x=b \quad P(b) = V \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{ll} i(\forall xQ(x)) = F & x=a \quad Q(a) = F \\ & \quad \quad \quad \text{ó} \\ & x=b \quad Q(b) = F \end{array} \quad (3)$$

- Una posible solución compatible con (1), (2) y (3) es:

$$\begin{array}{ccccccc} \longrightarrow & P(b) = V & \longrightarrow & Q(b) = V & \longrightarrow & Q(a) = F & \longrightarrow & P(a) = F \\ (2) & \text{por ejemplo} & (1) & & (3) & & (1) & \end{array}$$

\Rightarrow

$P_D = \{2\} \text{ y } Q_D = \{2\}$

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

3. Demostrar mediante deducción natural, justificando cada paso y utilizando sólo reglas básicas:

$$\vdash \forall x (A(x) \rightarrow \neg B(x)) \rightarrow \neg \exists x (A(x) \wedge B(x)) \quad (2,5 \text{ puntos})$$

1.	$\forall x(A(x) \rightarrow \neg B(x))$	(supuesto)
2.	$\exists x (A(x) \wedge B(x))$	(supuesto)
3.	$A(a) \wedge B(a)$	$E\exists(2)$
4.	$B(a)$	$E\wedge(2)$
5.	$A(a)$	$E\wedge(2)$
6.	$A(a) \rightarrow \neg B(a)$	$E\forall(1)$
7.	$\neg B(a)$	$E\rightarrow(5,6)$
8.	$B(a) \wedge \neg B(a)$	$I\wedge(4,7)$
9.	$\neg \exists x(A(x) \wedge B(x))$	$I\neg(2,8)$
10.	$\forall x(A(x) \rightarrow \neg B(x)) \rightarrow \neg \exists x(A(x) \wedge B(x))$	$I\rightarrow(1,9)$

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

4. Demostrar que el siguiente conjunto de cláusulas es insatisfacible mediante el método de resolución con umg:

$$C_1: S(h(z)) \vee R(y)$$

(2,5 puntos)

$$C_2: Q(y) \vee \neg P(y, h(y)) \vee S(y)$$

$$C_3: \neg P(z, x) \vee \neg P(f(f(x)), z)$$

$$C_4: \neg S(x)$$

$$C_5: S(x) \vee Q(f(x)) \vee \neg R(h(x))$$

$$C_6: P(f(x), x) \vee \neg Q(f(x))$$

$$\begin{array}{l}
 \neg S(x) \quad S(h(z)) \vee R(y) \\
 \backslash \quad / \{ x/h(z) \} \\
 R(y) \quad S(x) \vee Q(f(x)) \vee \neg R(h(x)) \\
 \backslash \quad / \{ y/h(x) \} \\
 S(x) \vee Q(f(x)) \quad \neg S(x') \\
 \backslash \quad / \{ x/x' \} \\
 Q(f(x')) \quad \neg Q(f(x)) \vee P(f(x), x) \\
 \backslash \quad / \{ x'/x \} \\
 P(f(x), x) \quad \neg P(z, x') \vee \neg P(f(f(x')), z) \\
 \backslash \quad / \{ x/f(x'), z/f(x') \} \\
 P(f(x), x) \quad \neg P(f(x'), x') \\
 \backslash \quad / \{ x/x' \} \\
 \square
 \end{array}$$